

В задачах второй части недостаточно получить правильный ответ

Нужно, чтобы решение соответствовало критериям

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*



Поэтому перед тем как делать ДЗ, давайте разберём самые популярные ошибки с последнего ЕГЭ, потому что делать ДЗ, допуская ошибки в оформлении - бессмысленно

(12) а) $\cos 2x - \cos(-x) = 0$

$2\cos^2 x - 1 - \cos x = 0$

Пусть $\cos x = t$, тогда:

$2t^2 - t - 1 = 0$

$t_1 = -\frac{1}{2}$ $t_2 = 1$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z \\ x = \pi + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

Найдите ошибку

б) $-3\pi \leq \pi + 2\pi k \leq -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \leq 1 + 2k \leq -\frac{3}{2}$

$-\frac{4}{2} \leq k \leq -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$-2 \leq k \leq -1{,}25$

$k = -2 \Rightarrow x = \pi - 4\pi = -3\pi$

$-3\pi \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \leq \frac{2}{3} + 2k \leq -\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$

$\left(-3^{\cdot 3} - \frac{2}{3}\right)\frac{1}{2} \leq k \leq \left(-\frac{3}{2}^{\cdot 3} - \frac{2}{3}^{\cdot 2}\right)\frac{1}{2}$

$-\frac{11}{6} \leq k \leq -\frac{13}{12} \Rightarrow$ нет $k \in Z$

$-3\pi \leq -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq -\frac{3\pi}{2}$

$-3^{\cdot 3} + \frac{2}{3} \leq 2k \leq -\frac{3}{2}^{\cdot 3} + \frac{2}{3}^{\cdot 2}$

$-\frac{7}{6} \leq k \leq -\frac{5}{12} \Rightarrow k = -1$

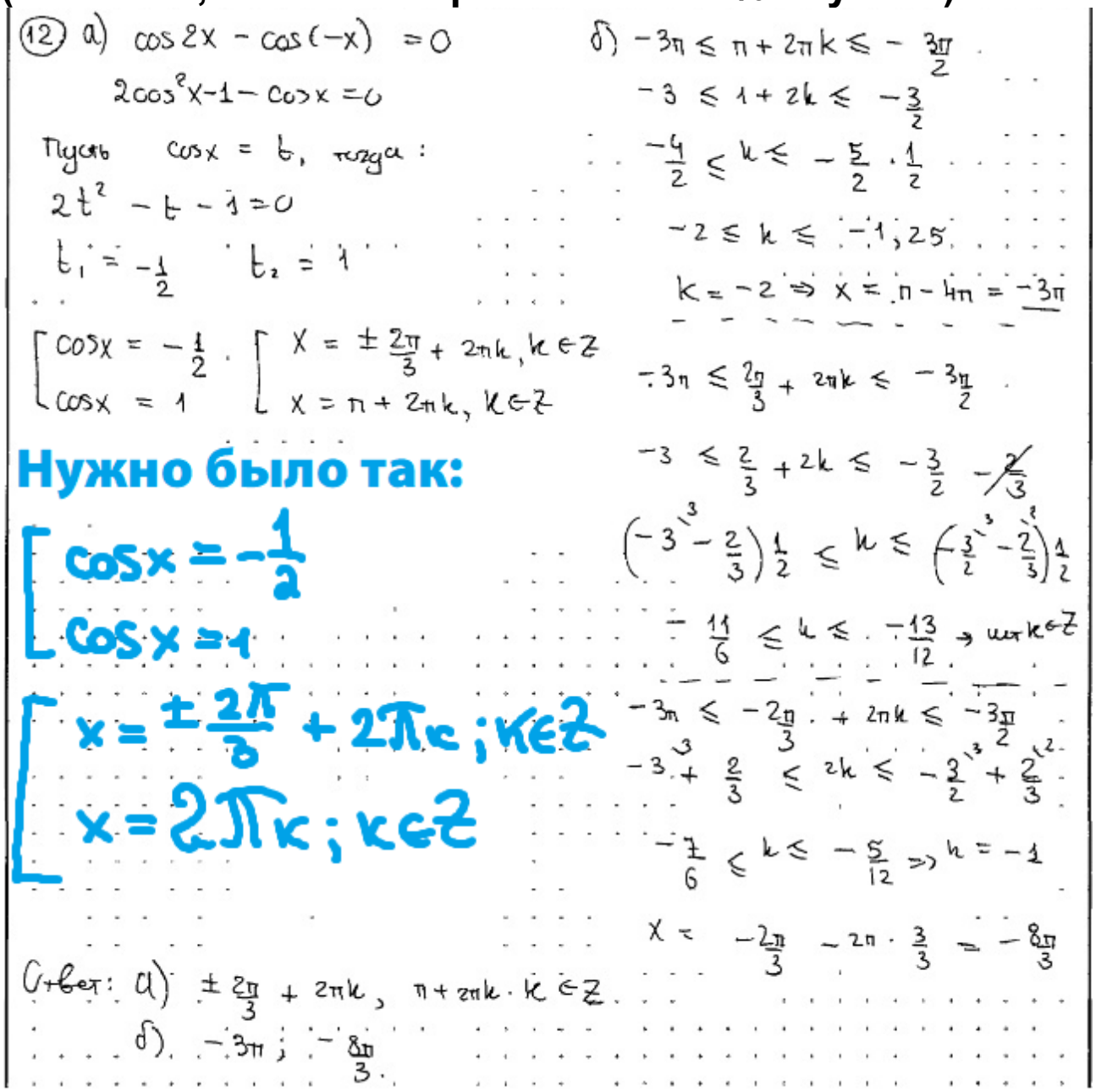
$x = -\frac{2\pi}{3} - 2\pi \cdot \frac{3}{3} = -\frac{8\pi}{3}$

Ответ: а) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $\pi + 2\pi k$, $k \in Z$

б) -3π; $-\frac{8\pi}{3}$

ОШИБКА #1

Неверно решено простейшее тригонометрическое уравнение (0 баллов, ошибка встретилась в 39% случаев)



(12) а) $\cos 2x - \cos(-x) = 0$

$2\cos^2 x - 1 - \cos x = 0$

Пусть $\cos x = t$, тогда:

$2t^2 - t - 1 = 0$

$t_1 = -\frac{1}{2}$ $t_2 = 1$

$\left[\begin{array}{l}\cos x = -\frac{1}{2}\\ \cos x = 1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z\\ x = \pi + 2\pi k, k \in Z\end{array}\right.$

Нужно было так:

$\left[\begin{array}{l}\cos x = -\frac{1}{2}\\ \cos x = 1\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in Z\\ x = 2\pi k; k \in Z\end{array}\right.$

Ответ: а) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $\pi + 2\pi k$, $k \in Z$

б) -3π; $-\frac{8\pi}{3}$

б) $-3\pi \le \pi + 2\pi k \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le 1 + 2k \le -\frac{3}{2}$

$-\frac{4}{2} \le k \le -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$-2 \le k \le -1{,}25$

$k = -2 \Rightarrow x = \pi - 4\pi = -3\pi$

$-3\pi \le \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le \frac{2}{3} + 2k \le -\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$

$\left(-3^{\backslash 3} - \frac{2}{3}\right)\frac{1}{2} \le k \le \left(-\frac{3}{2}^{\backslash 3} - \frac{2}{3}^{\backslash 2}\right)\frac{1}{2}$

$-\frac{11}{6} \le k \le -\frac{13}{12} \Rightarrow$ нет $k \in Z$

$-3\pi \le -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3^{\backslash 3} + \frac{2}{3} \le 2k \le -\frac{3}{2}^{\backslash 3} + \frac{2}{3}^{\backslash 2}$

$-\frac{7}{6} \le k \le -\frac{5}{12} \Rightarrow k = -1$

$x = -\frac{2\pi}{3} - 2\pi \cdot \frac{3}{3} = -\frac{8\pi}{3}$

№12

а) $\cos 2x - \sin(-x) = 0$

$1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0 \quad |\cdot(-1)$

$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

Пусть $t = \sin x$, тогда

$2t^2 - t - 1 = 0$

Найдите ошибку

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9$

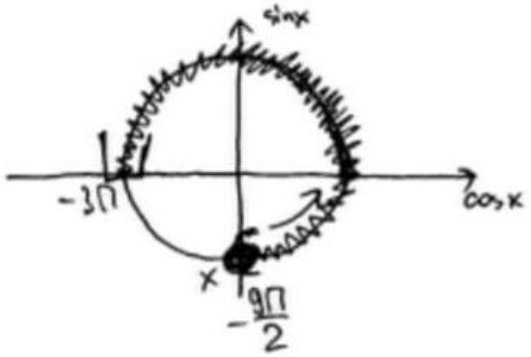
$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$

$t_1 = \frac{1+3}{2}$ $\qquad t_2 = \frac{1-3}{2}$

$\sin x = 2$ $\qquad \sin x = -1$

Нет решений $\qquad x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

б) Найдем ~~Отметим~~ полученные точки на окружности: на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; -3\pi]$:



$x = -\frac{9\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

б) $-\frac{9\pi}{2}$

ОШИБКА #2

Ошибка в решении квадратного уравнения через дискриминант (0 баллов, ошибка встретилась в 14% случаев)

№12

а) $\cos 2x - \sin(-x) = 0$

$1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0 \quad |\cdot(-1)$

$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

Пусть $t = \sin x$, тогда

$2t^2 - t - 1 = 0$

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9$

$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$

$t_1 = \frac{1+3}{2}$ $\qquad t_2 = \frac{1-3}{2}$

$\sin x = 2$ $\qquad \sin x = -1$

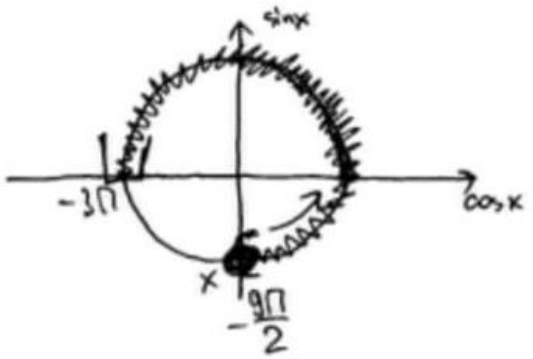
Нет решений $\qquad x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

Нужно было так:

$t = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4}$

$t = 1 \qquad t = -\frac{1}{2}$

б) Найдем ~~Отсеянные~~ полученные точки на окружности: на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; -3\pi]$:



$x = -\frac{9\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

б) $-\frac{9\pi}{2}$

12. $\cos 2x - 3\sin(-x) - 2 = 0$

$\cos 2x + 3\sin x - 2 = 0$

$1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

~~$-2\sin^2 x + 3\sin x = 1$~~

~~$\sin x(-2\sin x + 3) = 1$~~

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$

$-3\sin^2 x + 3\sin x - \cos^2 x = 0$

$-3\sin^2 x + 3\sin x - 1 + \sin^2 x = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0$

Пусть $\sin x = t$

$-2t^2 + 3t - 1 = 0$

$D = 9 - 8 = 1$

$t_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{-4}$; $t_1 = 1$, $t_2 = \frac{1}{2}$

Обратная замена:

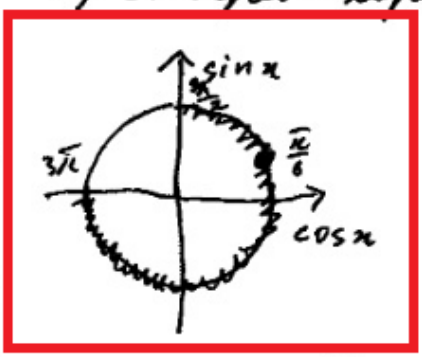
$\sin x = 1$ $\qquad$ $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

а) Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

б) Отберём корни с помощью окружности.



$\frac{6}{4\pi} + \frac{\pi}{6} = \frac{25\pi}{6}$

Ответ: $\frac{9\pi}{2}; \frac{25\pi}{6}$

Найдите ошибку

ОШИБКА #3

В пункте б на окружности стоят не те точки (1 балл, ошибка встретилась в 14% случаев)

12. $\cos 2x - 3\sin(-x) - 2 = 0$

$\cos 2x + 3\sin x - 2 = 0$

$1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

~~$-2\sin^2 x + 3\sin x = 1$~~

~~$\sin x(-2\sin x + 3) = 1$~~

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$

$-3\sin^2 x + 3\sin x - \cos^2 x = 0$

$-3\sin^2 x + 3\sin x - 1 + \sin^2 x = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0$

Пусть $\sin x = t$

$-2t^2 + 3t - 1 = 0$

$D = 9 - 8 = 1$

$t_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{-4}$; $t_1 = 1$, $t_2 = \frac{1}{2}$

Обратная замена:

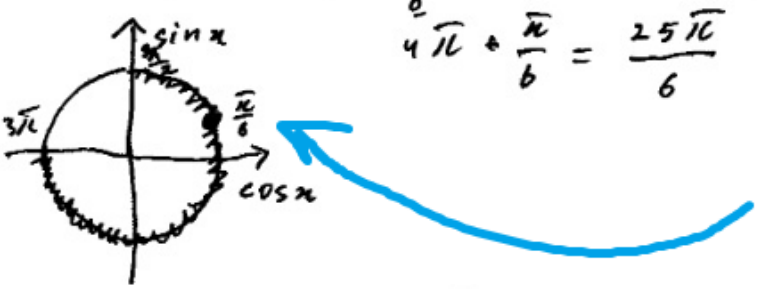
$\sin x = 1$ $\qquad$ $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

а) Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

б) Отберём корни с помощью окружности.



$4\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{25\pi}{6}$

Нужно было подписать на окружности не $\frac{\pi}{6}$, а $\frac{25\pi}{6}$

Ответ: $\frac{9\pi}{2}; \frac{25\pi}{6}$

(2) $2\cos^2 x - 3\sin(-x) - 3 = 0$

$2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$

$2(1 - \sin^2 x) + 3\sin x - 3 = 0$

$2 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 3 = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0 \mid \cdot(-1)$

$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

Пусть $\sin x = t$, тогда

$2t^2 - 3t + 1 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1$

$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 1}{4}$

$\left[\begin{array}{l} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z, \\ x_2 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \end{array}\right.$

$x_3 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

Ответ а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $n, k \in Z$

б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{17\pi}{6}$

Найдите ошибку

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ $[450°; 720°]$

$x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; = \frac{1}{2} + 2n.$

$n_1 = 1: \frac{1}{2} + 2^{1/2} = \frac{5\pi}{2} +$

$n = 2; \frac{1}{2} + 2 \cdot 2 = \frac{1}{2} + 4^{1/2} = \frac{9\pi}{2} -$

$x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, = \frac{5}{6} + n \cdot 2$

$n = 1 \quad \frac{5}{6} + 1^{1/5} = \frac{17\pi}{6} +$

$n = 2 \quad \frac{5}{6} + 4^{1/5} = \frac{29\pi}{6} -$

$x_3 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, =$

$= \frac{1}{6} + 2n.$

$n = 1 \quad \frac{1}{6} + 1^{1/5} = \frac{13\pi}{6} -$

$n = 2 \quad \frac{1}{6} + 4^{1/5} = \frac{25\pi}{6} -$

ОШИБКА #4

Делая перебор корней, надо начинать и заканчивать неподходящими корнями, иначе перебор не обоснован (1 балл, ошибка встретилась в 7% случаев)

(2) $2\cos^2 x - 3\sin(-x) - 3 = 0$

$2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$

$2(1 - \sin^2 x) + 3\sin x - 3 = 0$

$2 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 3 = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0 \mid \cdot(-1)$

$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

Пусть $\sin x = t$, тогда

$2t^2 - 3t + 1 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1$

$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 1}{4}$

$\begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ n \in Z, \\ x_2 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \\ x_3 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \end{cases}$

Ответ а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $n, k \in Z$

б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{17\pi}{6}$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ $[450°; 720°]$

$x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \ 2 = \frac{1}{2} + 2n.$

$n_1 = 1: \ \frac{1}{2} + 2 \cdot 1 = \frac{5\pi}{2} +$

$n = 2; \ \frac{1}{2} + 2 \cdot 2 = \frac{1}{2} + 4^{\pi} = \frac{9\pi}{2} -$

$x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \ 2 = \frac{5}{6} + n \cdot 2$

$n = 1 \ \frac{5}{6} + 1^{\pi} = \frac{17\pi}{6} +$

$n = 2 \ \frac{5}{6} + 4^{\pi} = \frac{29\pi}{6} -$

$x_3 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \ 2 = \frac{1}{6} + 2n.$

$n = 1 \ \frac{1}{6} + 1^{\pi} = \frac{13\pi}{6} -$

$n = 2 \ \frac{1}{6} + 4^{\pi} = \frac{25\pi}{6} -$

Нужно было так: б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

Если $n = 0$, то $x = \frac{\pi}{2} \notin$

$n = 1$, то $x = \frac{3\pi}{2} \in$

$n = 2$, то $x = \frac{9\pi}{2} \notin$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \ n \in Z$

Если $n = 1$, то $x = \frac{13\pi}{6} \notin$

$n = 2$, то $x = \frac{25\pi}{6} \notin$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

Если $n = 0$, то $x = \frac{5\pi}{6} \notin$

$n = 1$, то $x = \frac{17\pi}{6} \in$

$n = 2$, то $x = \frac{29\pi}{6} \notin$

Найдите ошибку

12. а) $\cos 2x + 3\sin(-x) - 2 = 0$

$1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0 \quad |\cdot(-1)$

$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

Пусть $\sin x = t$, $t > 0$

тогда получим $2t^2 - 3t + 1 = 0$

$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$

$t_1 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$

$t_2 = \frac{3+1}{4} = 1$

Обратная замена

$\sin x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\sin x = 1$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$

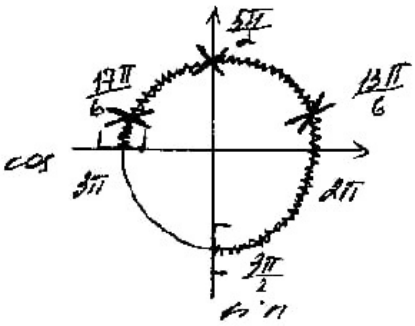
$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

б) $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ Отберём корни с помощью ок-ти

Вернёмся чисто

$x = \frac{5\pi}{2}$; $x = 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$; $x = 3\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{17\pi}{6}$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$

б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{13\pi}{6}$; $\frac{17\pi}{6}$ смотри лист 2

ОШИБКА #5

Неверно раскрыто sin(-x) или cos(-x) (0 баллов, ошибка встретилась в 7% случаев)

12. а) $\cos 2x + 3\sin(-x) - 2 = 0$

$1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

$-2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0 \quad |\cdot(-1)$

$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

Нужно было так: $1-2\sin^2 x-3\sin x-2=0$

Пусть $\sin x = t$, $t > 0$

тогда получим $2t^2 - 3t + 1 = 0$

$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$

$t_1 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$

$t_2 = \frac{3+1}{4} = 1$

Обратная замена

$\sin x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\sin x = 1$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$

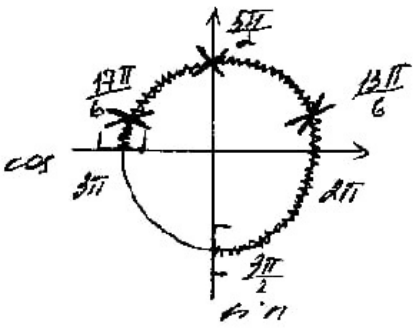
$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

б) $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ Отберём корни с помощью ок-ти

Запишем числа

$x = \frac{5\pi}{2}$; $x = 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$; $x = 3\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{17\pi}{6}$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in z$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$

б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{13\pi}{6}$; $\frac{17\pi}{6}$ смотри лист 2

№12

а) $\cos 2x + 3\sin(-x) - 2 = 0$

$\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0$

$\cos^2 x - \sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

$1 - \sin^2 x - \sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

$1 - 2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

$-2\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 0$

Пусть $\sin x = t$

$-2t^2 - 3t - 1 = 0$

$t_1 = -1 \qquad t_2 = -\frac{1}{2}$

Вернемся к замене:

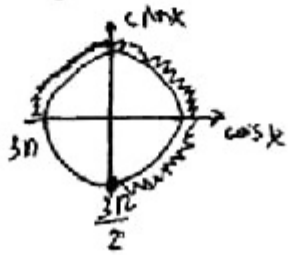
$\sin x = -1$ или $\sin x = -\frac{1}{2}$

$x_1 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \qquad x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x_3 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k$

Найдите ошибку

б) Найдем корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$ с помощью тригонометрической окружности:



По рисунку видно:

$x_1 = \frac{3\pi}{2}$; $x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{7\pi}{6} + 2\pi k$; б) $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{11\pi}{6}$

ОШИБКА #6

Не подписаны точки на окружности (1 балл, ошибка встретилась в 4% случаев)

№12

а) $\cos 2x + 3\sin(-x) - 2 = 0$

$\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0$

$\cos^2 x - \sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

$1 - \sin^2 x - \sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

$1 - 2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

$-2\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 0$

Пусть $\sin x = t$

$-2t^2 - 3t - 1 = 0$

$t_1 = -1 \quad t_2 = -\frac{1}{2}$

Вернемся к замене:

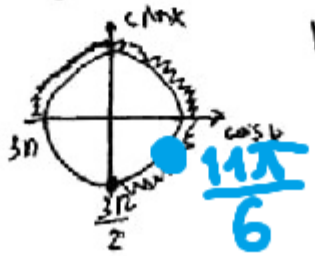
$\sin x = -1$ или $\sin x = -\frac{1}{2}$

$x_1 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ $\quad x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x_3 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k$

Нужно было подписать $\frac{11\pi}{6}$ на окружности

б) Найдем корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$ с помощью тригонометрической окружности:



По рисунку видно:

$x_1 = \frac{3\pi}{2}$; $\quad x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{7\pi}{6} + 2\pi k$; б) $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{11\pi}{6}$

12) а) $\cos 2x + \cos(-x) = 0$

$\cos^2 x - \sin^2 x + \cos x = 0$

$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + \cos x = 0$

$\cos^2 x - 1 + \cos^2 x + \cos x = 0$

$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

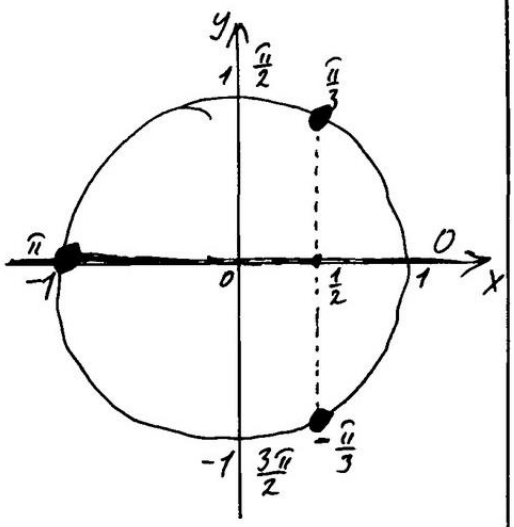
Пусть $\cos x = t \quad -1 \le t \le 1$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$D = (1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 - (-8) = 9$

$t_1 = \frac{-1-3}{2 \cdot 2} = \frac{-4}{4} = -1$

$t_2 = \frac{-1+3}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



$\cos x = -1$

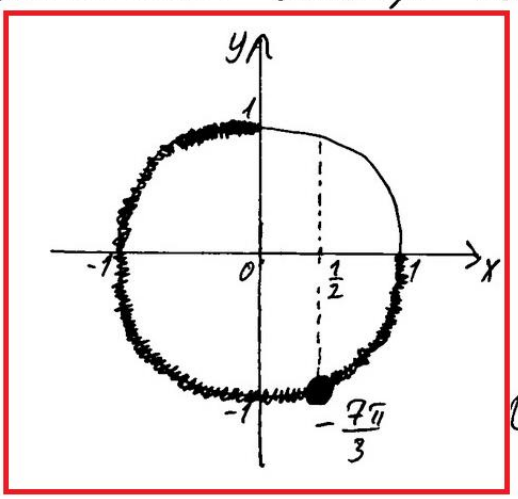
$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

б) Выполним отбор корней с помощью единичной окружности:



Найдите ошибку

Получим корни:

$x = -3\pi$

$x = -2\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{3}$

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
$-\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

б) $-3\pi; -\frac{7\pi}{3}$

ОШИБКА #7

Не отмечены границы отрезка на окружности (1 балл, ошибка встретилась в 4% случаев)

12) а) $\cos 2x + \cos(-x) = 0$

$\cos^2 x - \sin^2 x + \cos x = 0$

$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + \cos x = 0$

$\cos^2 x - 1 + \cos^2 x + \cos x = 0$

$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

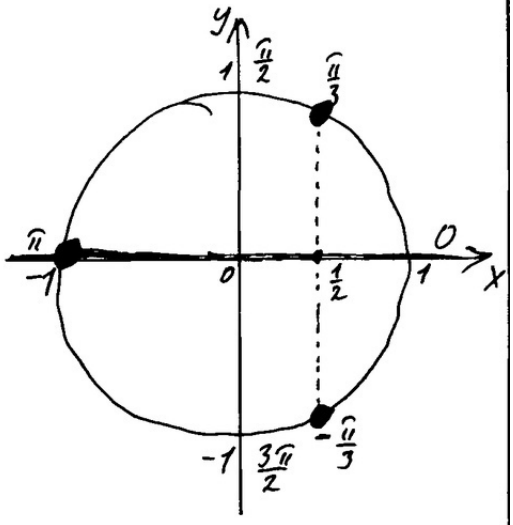
Пусть $\cos x = t \quad -1 \le t \le 1$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$D = (1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 - (-8) = 9$

$t_1 = \frac{-1-3}{2 \cdot 2} = \frac{-4}{4} = -1$

$t_2 = \frac{-1+3}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



$\cos x = -1$

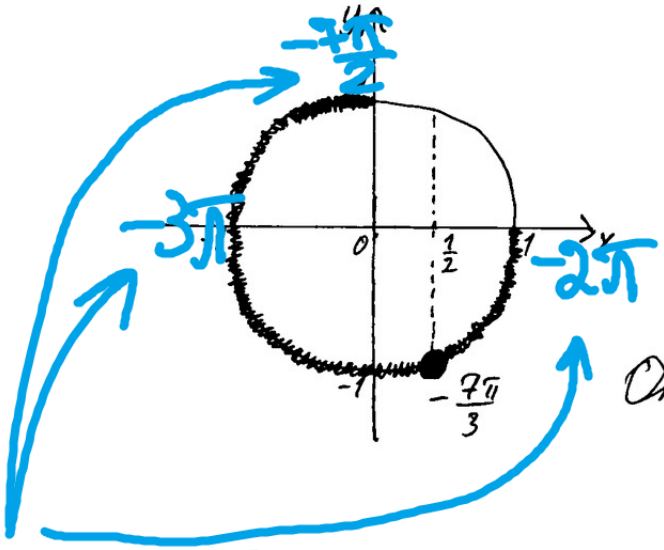
$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

б) Выполним отбор корней с помощью единичной окружности:



Получим корни:

$x = -3\pi$

$x = -2\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{3}$

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

б) $-3\pi; -\frac{7\pi}{3}$

Нужно было подписать границы и -3п на окружности

12.1 Вынос общего (12.1 - 12.7)

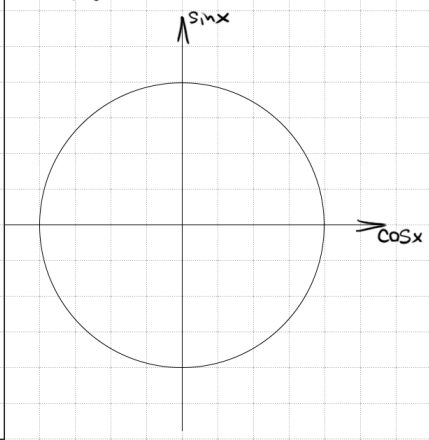
а) Решите уравнение

$$2\sin^3\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)+\cos x=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна 2018

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Если в аргументе есть сколько-то $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в аргументе есть сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi+\alpha)=\mathrm{tg}\,\alpha$

Чтобы определить знак, нужно понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$

12.2 Вынос общего (12.1 - 12.7)

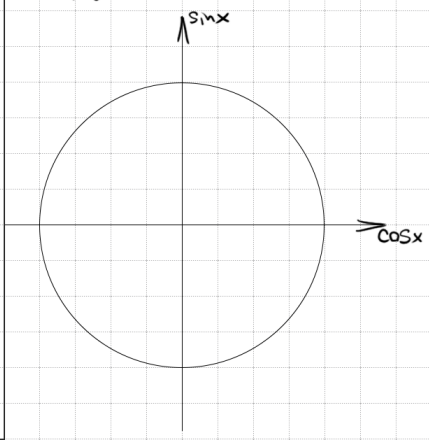
а) Решите уравнение

$$2\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\sqrt{3}\sin x=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна 2020
Ященко 2018
Ященко 2018
СтатГрад 06.02.2019

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Если в аргументе есть сколько-то $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в аргументе есть сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi+\alpha)=\mathrm{tg}\,\alpha$

Чтобы определить знак, нужно понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$

12.3 Вынос общего (12.1 - 12.7)

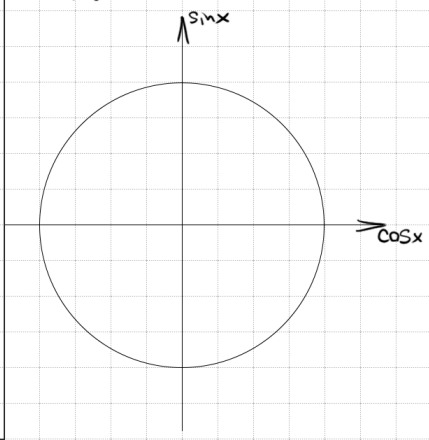
а) Решите уравнение

$$\cos^2(\pi-x)-\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2018
Основная волна 2020
Досрочная волна (Резерв) 2017

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Если в аргументе есть сколько-то $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в аргументе есть сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi+\alpha)=\mathrm{tg}\,\alpha$

Чтобы определить знак, нужно понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$

12.4 Вынос общего (12.1 - 12.7)

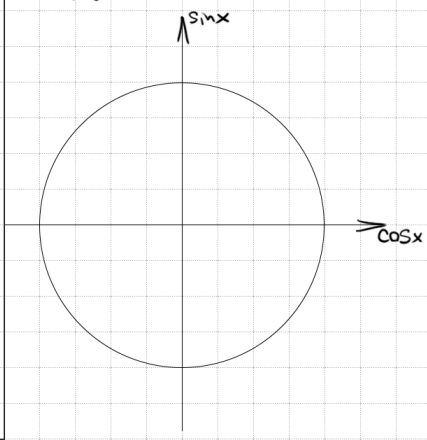
а) Решите уравнение

$$2\sin x\cos^2 x-\sqrt{2}\sin 2x+\sin x=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна 2021

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

12.5 Вынос общего (12.1 - 12.7)

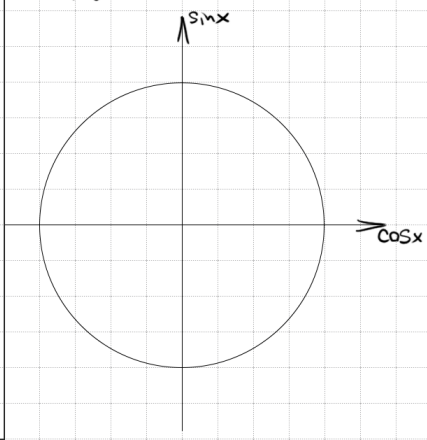
а) Решите уравнение

$$7\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+4\sqrt{3}\sin x\cos x=4\cos^3 x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна (Резерв) 2021

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Если в аргументе есть сколько-то $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в аргументе есть сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\operatorname{tg}(\pi+\alpha)=\operatorname{tg}\alpha$

Чтобы определить знак, нужно понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$

12.6 Вынос общего (12.1 - 12.7)

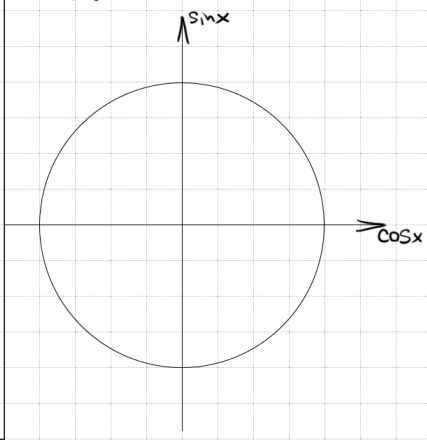
а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x+2\sqrt{2}\sin^2 x+\cos x=2\sqrt{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна 2021

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1$

12.7 Вынос общего (12.1 - 12.7)

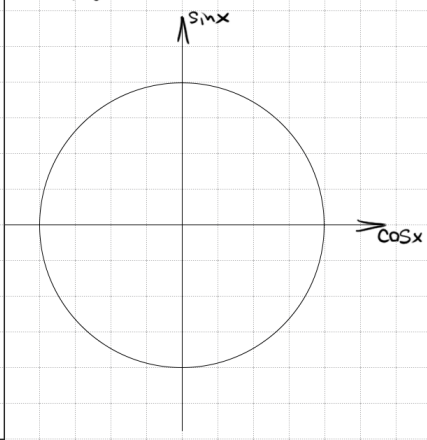
а) Решите уравнение

$$10^{\sin x} = 2^{\sin x} \cdot 5^{-\cos x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2018
Семёнов 2015
Основная волна 2013

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

12.8 Неполное квадратное (12.8 - 12.10)

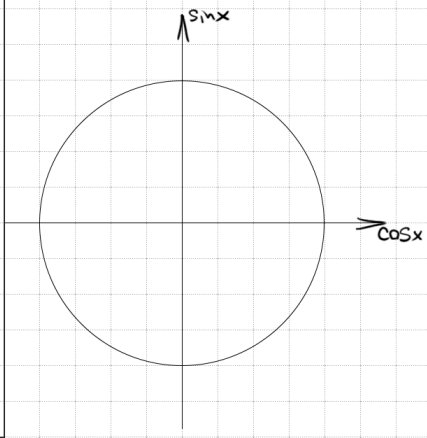
а) Решите уравнение $\cos 2x + 0{,}75 = \cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\frac{5\pi}{2}\right]$.

70BF40

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2019
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2012

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

12.9 Неполное квадратное (12.8 - 12.10)

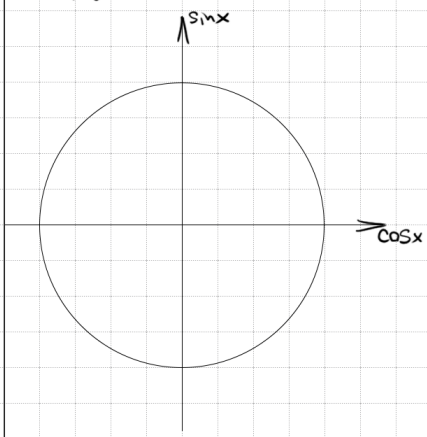
а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin(-x) - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2022

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ЧЁТНОСТЬ

$\sin(-x) = -\sin x$
$\cos(-x) = \cos x$
$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

12.10 Неполное квадратное (12.8 - 12.10)

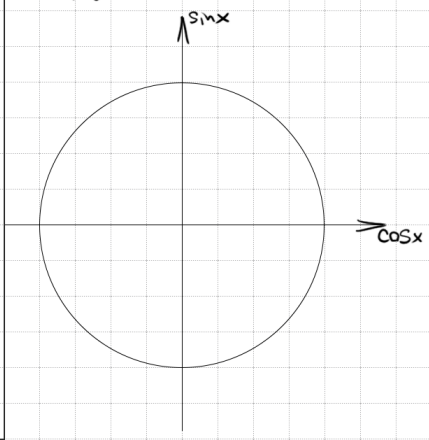
а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна 2014

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

12.11 Полное квадратное (12.11 - 12.20)

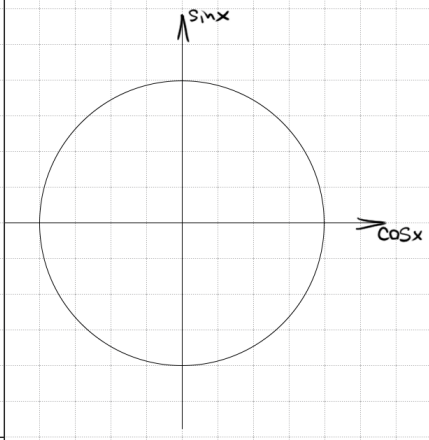
а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2019
Основная волна 2017
Основная волна 2016

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

12.12 Полное квадратное (12.11 - 12.20)

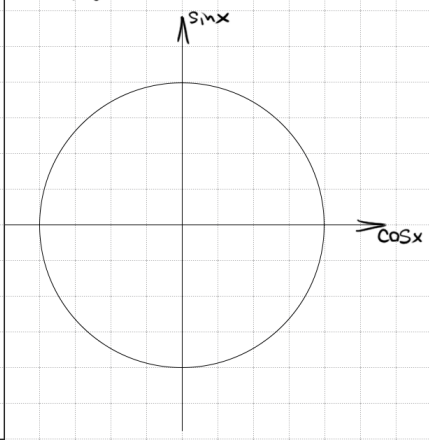
а) Решите уравнение

$$2\log_{0,75}^2(\sin x) + 3\log_{0,75}(\sin x) - 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Досрочная волна 2019

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

КОРНИ

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$
$\sqrt{a^2} = |a|$
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

12.13 Полное квадратное (12.11 - 12.20)

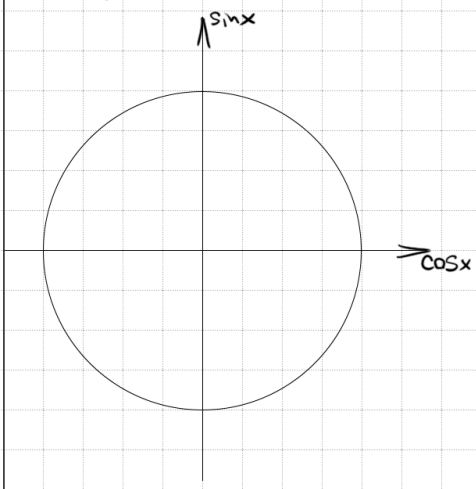
а) Решите уравнение

$$2 \cdot 16^{\cos x} - 9 \cdot 4^{\cos x} + 4 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ:

а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Досрочная волна 2022
Основная волна 2017

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.14 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.15 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.16 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

12.17 Полное квадратное (12.11 - 12.20)

а) Решите уравнение $4^{x-\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(1; \frac{5}{3}\right)$.

55FD12

а)

б)

Ответ:

а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
Ященко 2022 (36 вар)
Ященко 2021 (36 вар)
Основная волна (Резерв) 2013

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

12.18 Полное квадратное (12.11 - 12.20)

а) Решите уравнение $9^{x+1} - 2 \cdot 3^{x+2} + 5 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(\log_3 \frac{3}{2}; \sqrt{5}\right)$.

FD08D9

а)

б)

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
Досрочная волна 2013

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$a^{\log_a b} = b$

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.19 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

12.20 Полное квадратное (12.11 - 12.20)

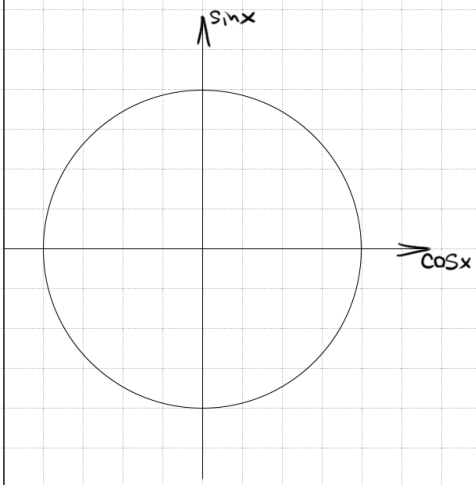
а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2022 (50 вар)
Ященко 2022 (14 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (20 вар)

12.21 Группировка (12.21 - 12.27)

а) Решите уравнение $2\cos^3 x - 2\cos x + \sin^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

D6F243

Источники:

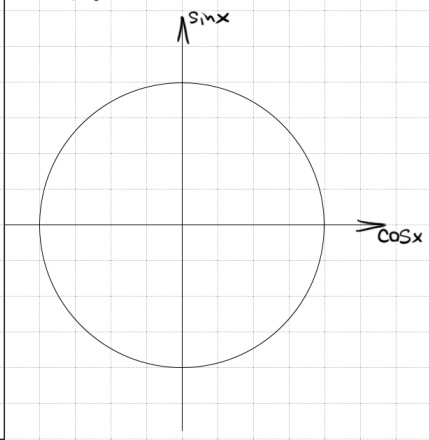
FIPI (старый банк)
Основная волна (Резерв) 2018
Ященко 2018 (30 вар)
Основная волна (Резерв) 2012

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.22 Группировка (12.21 - 12.27)

а) Решите уравнение

$$\sin 2x + 2\sin x = \sqrt{3}\cos x + \sqrt{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Источники:

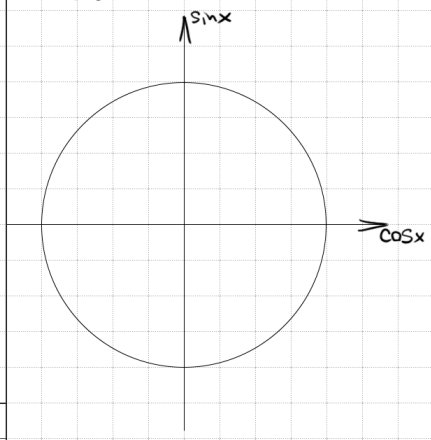
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
СтатГрад 28.04.2022
Основная волна 2019
Досрочная волна 2015

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.23 Группировка (12.21 - 12.27)

а) Решите уравнение

$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$.

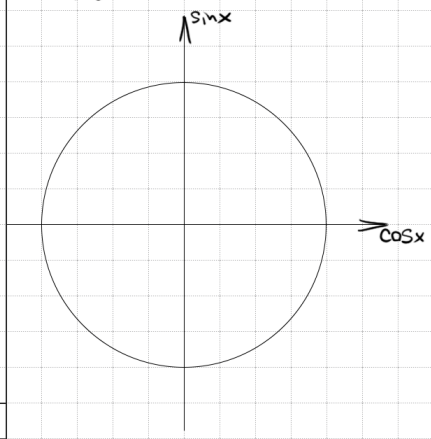
74C1A9

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2020
Досрочная волна 2015

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.24 Группировка (12.21 - 12.27)

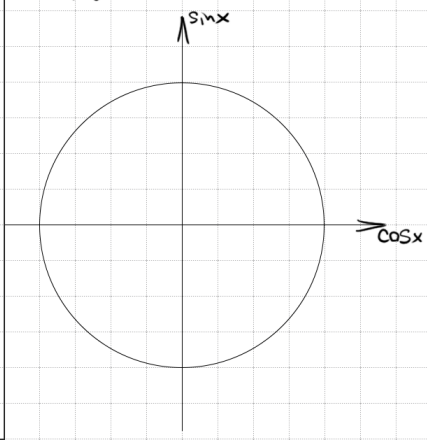
а) Решите уравнение

$$2\sin 2x + 2\sin(-x) - 2\cos(-x) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2022

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ЧЁТНОСТЬ

$\sin(-x) = -\sin x$
$\cos(-x) = \cos x$
$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

12.25 Группировка (12.21 - 12.27)

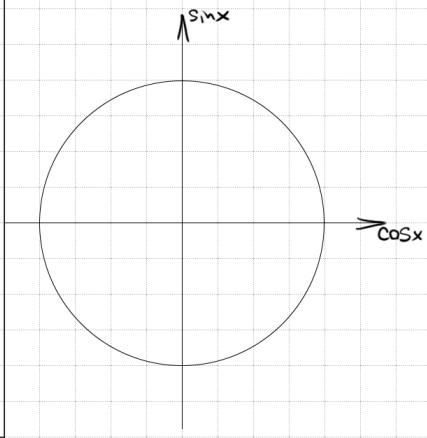
а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 3 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Сергеев 2018
Досрочная волна 2016

12.26 Группировка (12.21 - 12.27)

а) Решите уравнение

$$8^x - 7\cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 5; \log_2 11]$.

а)

б)

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Сергеев 2018
Досрочная волна 2016

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n\cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a\cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$a^{\log_a b} = b$

12.27 Группировка (12.21 - 12.27)

Источники:
Основная волна (Резерв) 2017

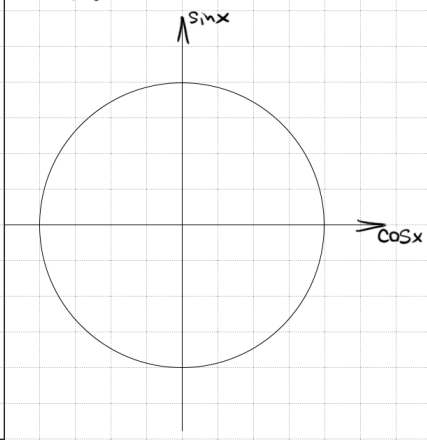
а) Решите уравнение

$$2x\cos x - 8\cos x + x - 4 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.28 Синус суммы (12.28 - 12.31)

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2018
Основная волна (Резерв) 2018
Ященко 2019 (36 вар)

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

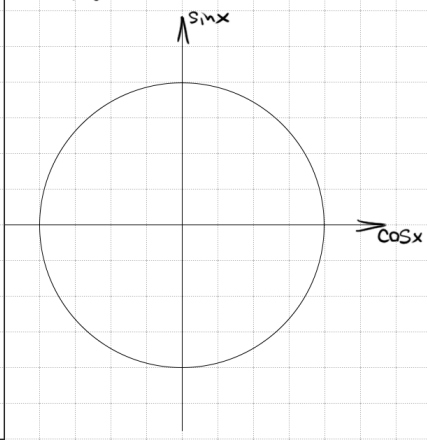
а) Решите уравнение

$$\sqrt{2}\sin^2 x + 2\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \sqrt{3}\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2};-3\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.29 Синус суммы (12.28 - 12.31)

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2018
Ященко 2022 (36 вар)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

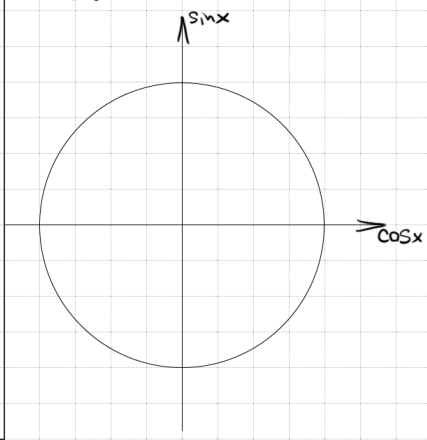
а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.30 Синус суммы (12.28 - 12.31)

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Демо 2022
Демо 2021
Демо 2020
Демо 2019
Основная волна 2018

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$
$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

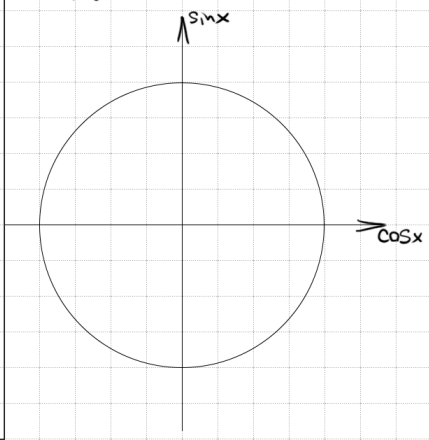
а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.31 Синус суммы (12.28 - 12.31)

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2018
Ященко 2019 (36 вар)

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$
$1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$
$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1$

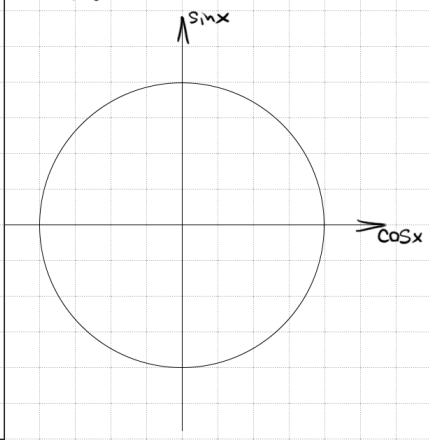
а) Решите уравнение

$$2\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+2\cos^2 x=2+\sqrt{6}\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.32 Однородные (12.32 - 12.34)

Источники:
Основная волна 2019

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$
$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$
$1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$
$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1$

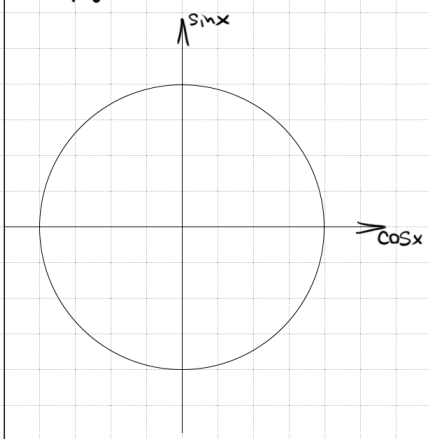
а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x+2\sin 2x=3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};-\frac{\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.33 Однородные (12.32 - 12.34)

Источники:
Досрочная волна (Резерв) 2022
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)
Ященко 2018
Основная волна 2014

а) Решите уравнение

$$3 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} - 7 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 3]$.

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n : a^m = a^{n-m}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$a^0 = 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$a^{\log_a b} = b$

а)

б)

Ответ: а)

б)

12.34 Однородные (12.32 - 12.34)

Источники:
Ященко 2022 (36 вар)
Досрочная волна 2021

а) Решите уравнение

$$3 \cdot 9^{x+1} - 5 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 2^{2x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n : a^m = a^{n-m}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$a^0 = 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

а)

б)

Ответ: а)

б)

12.35 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

Источники:
Основная волна (Резерв) 2020
Ященко 2018 (20 вар)
Ященко 2018
Основная волна (Резерв) 2014

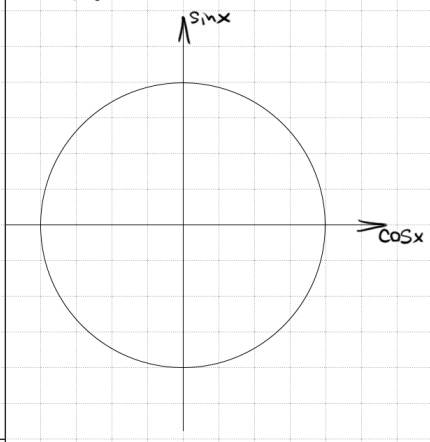
а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.36 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

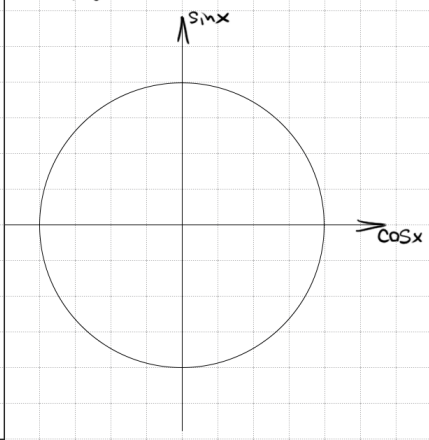
а) Решите уравнение $3\mathrm{tg}^2 x - \frac{5}{\cos x} + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

272AD0

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
Основная волна (Резерв) 2013

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
$1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
$1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
$\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1$

12.37 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

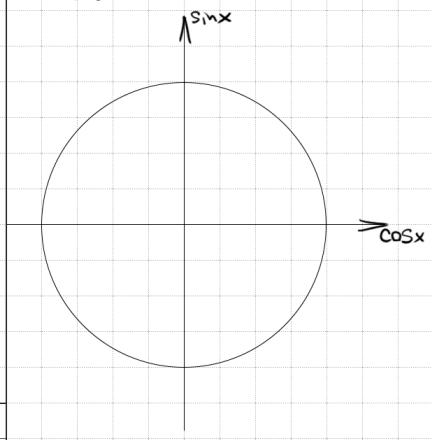
а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)} = 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Яшенко 2022 (50 вар)
Яшенко 2020 (50 вар)
Яшенко 2019 (36 вар)
Яшенко 2018 (10 вар)
Яшенко 2018 (30 вар)
Основная волна 2016
Досрочная волна (Резерв) 2015

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Если в аргументе есть сколько-то $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию
Если в аргументе есть сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$
$\mathrm{tg}(\pi + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$

Чтобы определить знак, нужно понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся

ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

12.38 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

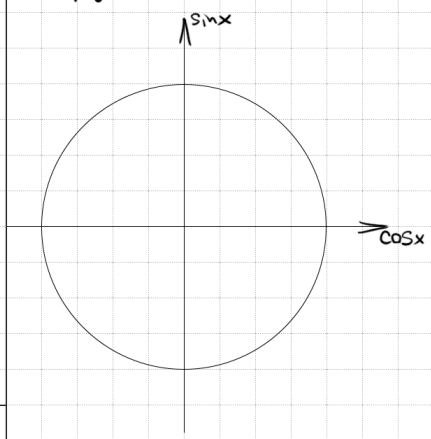
а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos^2\frac{x}{2}} = 4\sin^2\frac{x}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2018

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.39 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

12.40 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

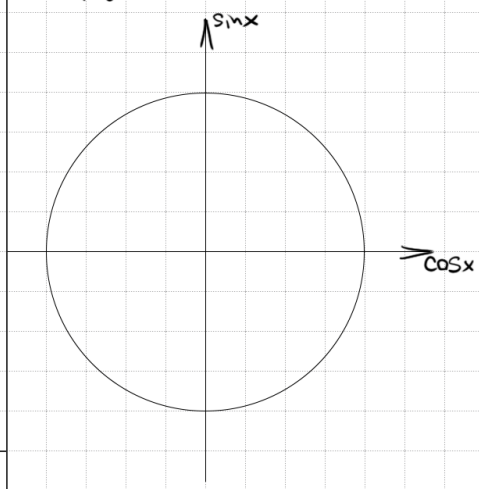
а) Решите уравнение $8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2};\ 5\pi\right]$.

617B18

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
СтатГрад 20.12.2016

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

12.41 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

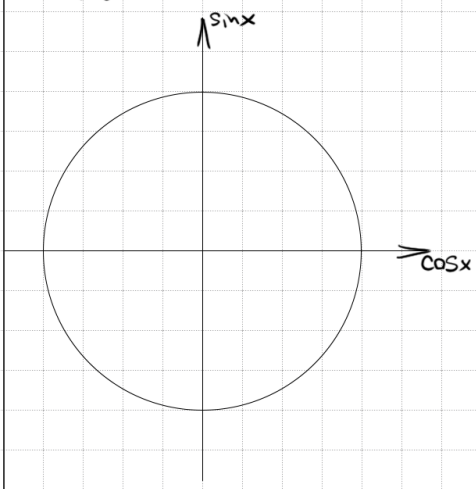
а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} + 16^{\sin(x+\pi)} = \frac{17}{4}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2022
Основная волна 2017
Ященко 2019 (36 вар)

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Если в аргументе есть сколько-то $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию
Если в аргументе есть сколько-то π, то функция остаётся прежней
ПРИМЕР:
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$
$\mathrm{tg}(\pi + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$

Чтобы определить знак, нужно понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся
ПРИМЕР:
$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$
Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому
$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$

12.42 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

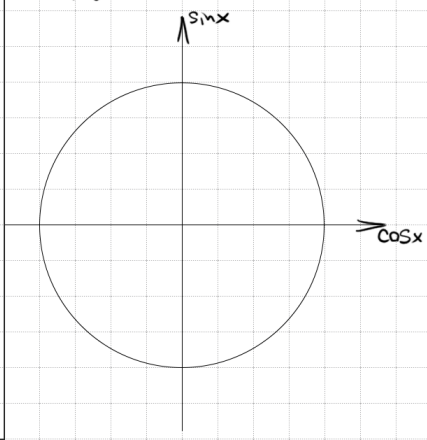
а) Решите уравнение

$$9^{\sin x}+9^{-\sin x}=\frac{10}{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (новый банк)
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015
Основная волна (Резерв) 2019
Основная волна 2017
Досрочная волна 2014

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

12.43 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

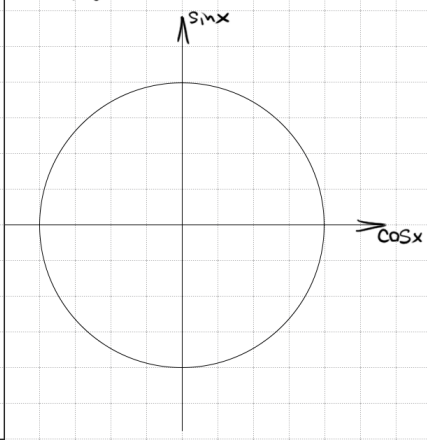
а) Решите уравнение

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{\sin x}+\left(\frac{5}{4}\right)^{\sin x}=2.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна 2017
Досрочная волна (Резерв) 2014

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ФСУ

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

12.44 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

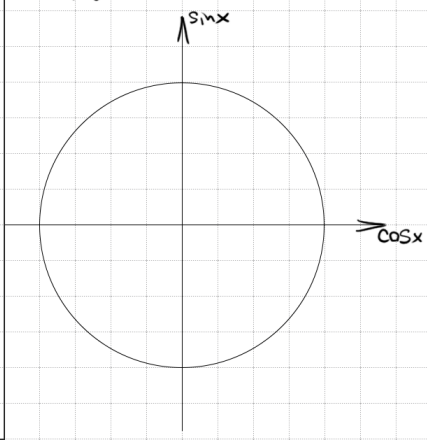
а) Решите уравнение

$$4\sin^2 x=\operatorname{tg} x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi;0]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)
Основная волна 2015

12.45 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

а) Решите уравнение

$27^x - 4 \cdot 3^{x+2} + 3^{5-x} = 0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_7 4\,;\,\log_7 16]$.

D1D574

а)

б)

Ответ: а)

б)

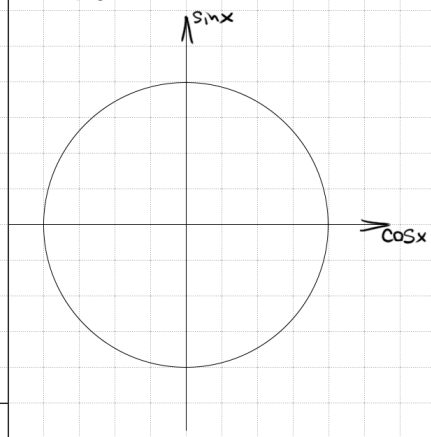
12.46 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

а) Решите уравнение $\dfrac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x + \sqrt{3}} = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0;\ \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.47 Дробь равна нулю (12.35 - 12.47)

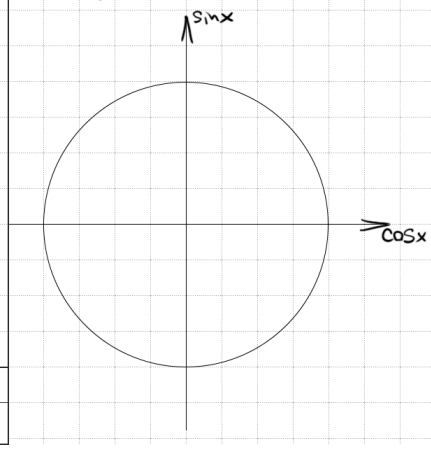
а) Решите уравнение $\dfrac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}} = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

FDA042

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2017

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$a^{\log_a b} = b$

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
СтатГрад 11.03.2020
СтатГрад 24.01.2019
СтатГрад 06.03.2017

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
СтатГрад 29.01.2020
СтатГрад 26.01.2017

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

12.48 Логарифмические (12.48 - 12.56)

а) Решите уравнение

$$\log_3(x^2 - 2x) = 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 0{,}2\,;\log_2 5]$.

а)

б)

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна (Резерв) 2017

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

12.49 Логарифмические (12.48 - 12.56)

а) Решите уравнение

$$\log_5(2 - x) = \log_{25} x^4.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$.

а)

б)

Ответ: а)

б)

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019

Основная волна 2014

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$

$\log_a b - \log_a c = log_a \frac{b}{c}$

$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

12.50 Логарифмические (12.48 - 12.56)

а) Решите уравнение

$$1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-1; \frac{8}{9}\right]$.

а)

б)

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)

Семёнов 2015

Основная волна (Резерв) 2013

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$

$\log_a b - \log_a c = log_a \frac{b}{c}$

$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

КОРНИ

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

$\sqrt{a^2} = |a|$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

12.51 Логарифмические (12.48 - 12.56)

а) Решите уравнение $1+\log_3\left(x^4+25\right)=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{30x^2+12}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2{,}2;\ 3{,}2]$.

90E2BB

а)

б)

Ответ: а)

б)

12.52 Логарифмические (12.48 - 12.56)

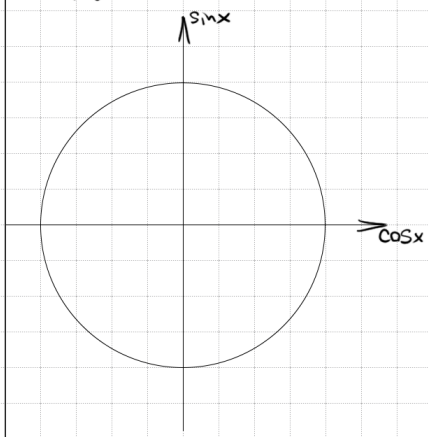
а) Решите уравнение

$$\log_{13}\left(\cos 2x-9\sqrt{2}\cos x-8\right)=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.53 Логарифмические (12.48 - 12.56)

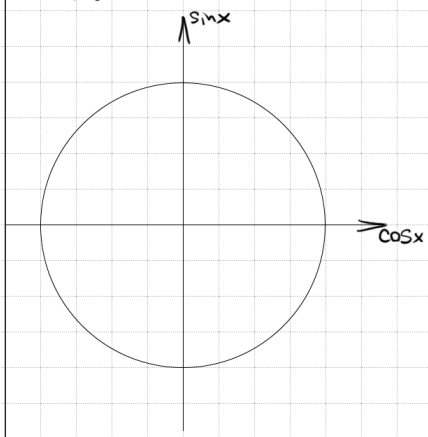
а) Решите уравнение $\log_2\left(\cos x+\sin 2x+8\right)=3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

B9F337

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)
Основная волна 2013

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$\log_a b+\log_a c=\log_a(b\cdot c)$
$\log_a b-\log_a c=log_a\frac{b}{c}$
$\log_a b^m=m\cdot\log_a b$
$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\cdot\log_a b$
$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$
$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

КОРНИ

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$
$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$
$\sqrt{a^2}=|a|$
$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

Источники:

Основная волна 2017

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b=c$, то $a^c=b$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$
$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2022
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Пробный ЕГЭ 2015
Досрочная волна 2012

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b=c$, то $a^c=b$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$
$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

12.54 Логарифмические (12.48 - 12.56)

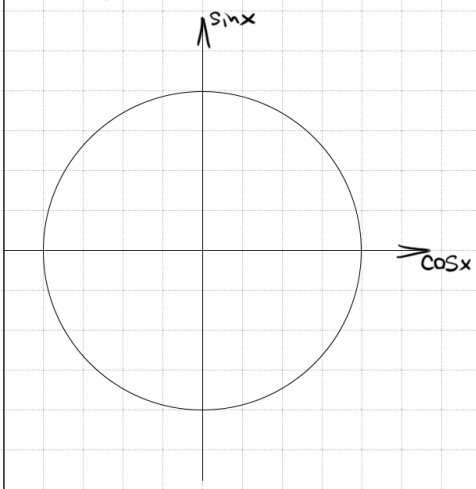
а) Решите уравнение

$$\log_4\left(2^{2x}-\sqrt{3}\cos x-6\sin^2 x\right)=x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

Основная волна 2017

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если $\log_a b=c$, то $a^c=b$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

СТЕПЕНИ

$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$

$a^n:a^m=a^{n-m}$

$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$

$a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

$a^0=1$

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.55 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.56 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

12.57 Показательные (12.57 - 12.58)

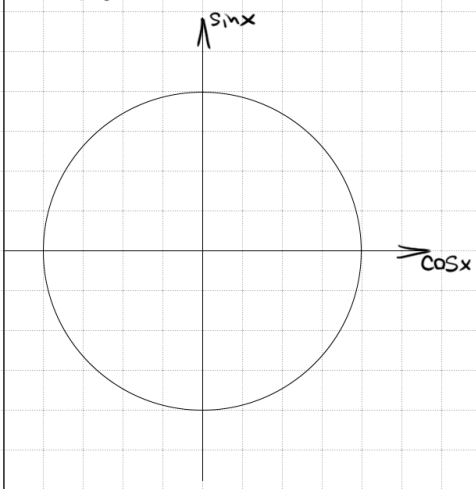
а) Решите уравнение

$$(49^{\cos x})^{\sin x}=7^{\sqrt{2}\cos x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

Источники:

FIPI (старый банк)

FIPI (новый банк)

Основная волна 2013

Ященко 2022 (50 вар)

Ященко 2021 (10 вар)

Ященко 2020 (10 вар)

Ященко 2020 (36 вар)

Ященко 2020 (50 вар)

Ященко 2019 (36 вар)

Ященко 2019 (14 вар)

Ященко 2018 (30 вар)

Ященко 2018

Семёнов 2015

СТЕПЕНИ

$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$

$a^n:a^m=a^{n-m}$

$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$

$a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

$a^0=1$

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

12.58 Показательные (12.57 - 12.58)

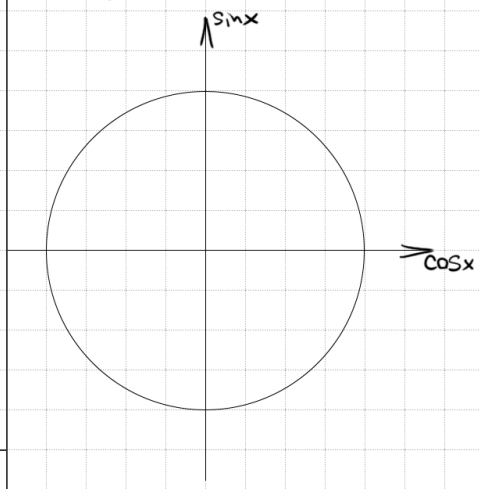
а) Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{49}\right)^{\sin(x+\pi)} = 7^{2\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\frac{9\pi}{2}\right]$.

а)

б) Отберём корни с помощью окружности:



Получим числа:

Ответ: а)

б)

12.59 Иррациональные (12.59 - 12.60)

а) Решите уравнение

$$\sqrt{x^3-4x^2-10x+29} = 3-x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\sqrt{3};\sqrt{30}\right]$.

а)

б)

Ответ: а)

б)

АНАЛОГИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ 12.60 НЕ СУЩЕСТВУЕТ

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2017

СТЕПЕНИ

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Если в аргументе есть сколько-то $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию
Если в аргументе есть сколько-то π, то функция остаётся прежней
ПРИМЕР:
$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha$
$\mathrm{tg}(\pi+\alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$

Чтобы определить знак, нужно понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся
ПРИМЕР:
$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2018